Max-Planck-Institut für
Dynamik komplexer technischer Systeme
Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems

MAX–PLANCK–INSTITUT
FÜR DYNAMIK KOMPLEXER
TECHNISCHER SYSTEME
MAGDEBURG

Thema für eine Abschlussarbeit

Dr. rer. nat. Jens Saak

Computational Methods in
Systems and Control Theory

Telefon: +49 391 6110 216
Fax: +49 391 6110 453

E-Mail:
saak@mpi-magdeburg.mpg.de

www:
http://www.mpi-magdeburg.mpg.de
/mpcsc/saak/

18. Dezember 2012

Fachgruppe Computational Methods in Systems and Control Theory

Thema:

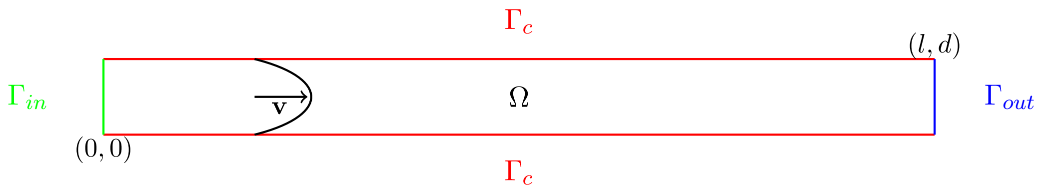
Folgerregelung bei der optimalen Steuerung einer parabolischen partiellen Differentialgleichung unter Steuerbeschränkungen

Vorkenntnisse

Numerik, Numerische Lineare Algebra, Numerik partieller Differentialgleichungen (empfohlen)

Mathematische System- und Regelungstheorie, Matrixgleichungen, optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen
(wünschenswert)

Tätigkeitsbeschreibung



Zu betrachten ist das linear quadratische Optimalsteuerungsproblem: Minimiere

$$\mathcal{J}(\Theta, u) = \frac{1}{2} \int_0^T ||\Theta||^2 + r\, ||u||^2 \, dt,$$

unter der Nebenbedingung

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\Theta(x,t) &= \alpha\Delta\Theta(x,t) - \operatorname{div}\left(\mathbf{v}\cdot\Theta(x,t)\right) && \text{in } \Omega \times (0,T),\\
\frac{\partial}{\partial \nu}\Theta(x,t) &= \kappa\left(u(x,t) - \Theta(x,t)\right) && \text{auf } \Gamma_c \times (0,T),\\
\frac{\partial}{\partial \nu}\Theta(x,t) &= \mathbf{v}.\nu \cdot \left(\Theta_{out}(x,t) - \Theta(x,t)\right) && \text{auf } \Gamma_{out} \times (0,T),\\
\Theta(x,t) &= \Theta_{in}(x,t) && \text{auf } \Gamma_{in} \times (0,T),\\
\Theta(x,t_0) &= \Theta_0 && \text{in } \Omega \times (0,T),
\end{aligned}$$

Dabei repräsentiert $\Theta(x,t)$ eine Temperatur in Abhängigkeit von Ort $x \in \Omega$ und Zeit $t \in (0,T)$. $u_a \leq u \leq u_b$ stellt die nach oben und unten beschränkte Steuergröße in Form einer externen Temperatur dar. $\mathbf{v}$ ist ein konstant gegebenes Geschwindigkeitsfeld und α und κ beschreiben invariante Material- und Geometrieparameter.

MAX-PLANCK-GESELLSCHAFT

Gesucht ist die optimale Steuerung u in Form einer Regelung. Da das linear quadratische Regelungsproblem keine Steuerbeschränkungen zulässt, soll hier zunächst mit den Methoden der Optimierung partieller Differentialgleichungen eine Referenzsteuerung u_{ref} mit zugehöriger Referenzlösung Θ_{ref} berechnet werden, die dann durch den Regler in Form einer Zustands-, oder Ausgangsrückführung nachzufahren sind.

Letzteres realisiert man durch Lösen des Regelungsproblem bezüglich des Kostenfunktionals

$$\mathcal{J}_R(\Theta, u) = \frac{1}{2}\int_0^T (C(\Theta - \Theta_{ref}), QC(\Theta - \Theta_{ref})) + (u, Ru)\, dt,$$

wobei C reflektiert, dass nur gewisse Messungen der Abweichung bekannt sind und Q die Gewichtung der einzelnen Messungen gegeneinander zulässt.

Abschluss
Diplom oder Master

Arbeitsbereich
Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen

Kontakt
Dr. Jens Saak
Telefon: +49 391 6110 216
Email: saak@mpi-magdeburg.mpg.de

Literatur

- F. Tröltzsch,
  Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen;
  Vieweg 2005.

- J. Saak,
  Efficient Numerical Solution of Large Scale Algebraic Matrix Equations in PDE Control and Model Order Reduction;
  Dissertation, TU Chemnitz, 2009.